

## Sujets pour l'UE projet

Habituellement, cette UE s'organise en groupes de 3 personnes. Chaque groupe choisit un sujet à étudier. Ce travail donne lieu à un mémoire écrit et à une présentation orale.

### Liste de sujets proposés

#### 1. Inégalité de Markov (Analyse, J.-P. Calvi)

Elle établit que la norme  $\|p'\|$  de la dérivée d'un polynôme de degré  $n$  sur l'intervalle  $[-1, 1]$  est bornée par  $n^2\|p\|$ . La notation  $\|\cdot\|$  désigne la norme sup sur  $[-1, 1]$ .

Les étudiants devront étudier puis rédiger la démonstration de ce théorème. Si le temps le permet, ils pourront étudier des applications ou d'autres inégalités polynomiales de même type.

#### 2. Les nombres de Stirling et de Bell (Combinatoire, J.-P. Calvi)

Ces nombres jouent un rôle important en combinatoire, ils permettent par exemple de calculer le nombre de surjections entre deux ensembles finis ou le nombre de relations d'équivalence sur un ensemble fini donné.

#### 3. Théorème de Cauchy sur la rigidité des polyèdres convexes (Géométrie, S. Orevkov)

#### 4. Enumération des arbres (comment compter les arbres à $n$ sommets ?) (Combinatoire, S. Orevkov)

#### 5. Les groupes finis engendrés par réflexion (groupes de Coxeter) (Algèbre, Géométrie, S. Orevkov)

#### 6. Modélisation de l'allure d'un chat (Analyse, S. Orevkov)

Application des équations différentielles

#### 7. Inégalité isopérimétrique (Analyse, P. Carrillo Rouse)

Cette inégalité affirme que, parmi tous les domaines du plan d'aire  $A$  fixée, ceux qui ont le plus petit périmètre sont les disques de rayon  $\sqrt{A/\pi}$ . On va montrer ce résultat sous l'hypothèse que le bord du domaine est une courbe régulière de classe  $C^1$ .

8. **Exemples des fonctions continues sur  $\mathbf{R}$  qui n'est pas dérivable nulle part** (Analyse, P. Carrillo Rouse)
 

Applications des séries de Fourier.
9. **Reconstruction des courbes** (Analyse, Géométrie, P. Carrillo Rouse)
 

L'objectif est de montrer qu'étant donnée une fonction réelle continue  $K$  quelconque sur un intervalle  $I$ , il existe (à translations et rotations près) une unique courbe  $c : I \rightarrow \mathbf{R}^2$  de classe  $C^2$  de paramétrage normal admettant  $K$  comme courbure.
10. **Les géométries non-euclidiennes** (Géométrie, E. Legendre)
 

Les géométries sphérique et hyperbolique sont nées d'un désir de démontrer le 5ième postulat d'Euclide à partir des 4 premiers. Ce projet consistera à comparer ces trois géométries et à en faire l'histoire.
11. **Un problème de congruence pour les polyèdres** (Géométrie, E. Legendre)
 

Étant donné  $P$ , un polyèdre convexe, combien a-t-on besoin de mesures pour le déterminer à congruence près ? Il s'agira de comprendre l'article suivant : *A Congruence Problem for Polyhedra*, Authors: Alexander Borisov, Mark Dickinson and Stuart Hastings Source: The American Mathematical Monthly, Vol. 117, No. 3 (March 2010), pp. 232-249
12. **Le théorème de charkovski** (Analyse, systèmes dynamiques, P. Roesch)
13. **Entropie de Shannon et compression de données** (Analyse, J. Raimbault)
 

Ce sujet aborde les limites théoriques à la compression de données.