

## ALGEBRE L3

Automne 2015

Examen Novembre 2015

Tous les anneaux sont commutatifs.

1. Soit  $A$  un anneau fini intègre. Montrez que  $A$  est un corps.

2. Soit

$$A = \{a + b\zeta \mid a, b \in \mathbb{Z}\}$$

où

$$\zeta = e^{2\pi i/3}$$

Montrez que  $A$  est un sous-anneau de  $\mathbb{C}$ .

Montrez que  $A$  est euclidien (utilisez la norme usuelle  $N(x) = x\bar{x}$ ,  $x \in A$ ).

3. Construire le corps  $\mathbb{F}_{25}$  à 25 éléments.

*Indication.* Commencez par trouver un polynôme irréductible de degré 2 dans  $\mathbb{F}_5[t]$ .